

GENERAL ENGINEERING AND MECHANICS

 DOI 10.51582/interconf.19-20.02.2023.048

Імітаційне моделювання випадкових зовнішніх збурень, що діють на корпус автомобіля в режимі термінового гальмування

**Александров Євген Євгенович¹, Александрова Тетяна Євгеніївна²,
Костяник Ірина Віталіївна³, Моргун Ярослав Юрійович⁴**

¹ доктор технічних наук, професор, професор кафедри автомобілів;
Харківський національний автомобільно-дорожній університет; Україна

² доктор технічних наук, професор, професор кафедри системного аналізу
та інформаційно-аналітичних технологій
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»; Україна

³ кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри підйомно-транспортних машин і обладнання
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»; Україна

⁴ аспірант кафедри системного аналізу та інформаційно-аналітичних технологій;
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»; Україна

Анотація.

Розглядається задача імітаційного моделювання зовнішніх збурень, що діють на корпус автомобіля в режимі термінового гальмування і які зумовлені випадковими нерівностями поверхні руху. Доведено, що такі збурення носять нестационарний характер.

Ключові слова:

система курсової стійкості автомобіля
формуєча динамічна ланка
одиничний «білий шум»
нестационарна випадкова функція

GENERAL ENGINEERING AND MECHANICS

Вступ та постановка проблеми. Режим термінового гальмування є одним із найнебезпечніших режимів руху автомобіля, в результаті якого відбувається блокування деяких коліс автомобіля, внаслідок чого автомобіль втрачає курсову стійкість руху. Для усунення блокування коліс автомобіля широке розповсюдження здобули антиблокувальні системи ABS, призначені для запобігання блокування коліс шляхом зменшення гальмівних зусиль на заблокованих колесах. Ефективність сучасних систем ABS залежить від стану поверхні руху автомобіля і не завжди відповідає вимогам безпеки руху. Тому в сучасних автомобілях наприкінці XX сторіччя з'явилися системи курсової стійкості ESP (Electronic Stability Program), основною задачею яких є допомога водієві в критичних ситуаціях, насамперед в режимі термінового гальмування. В тих випадках, коли антиблокувальна система ABS не в змозі забезпечити стійкий рух автомобіля, вступає в дію система ESP. Слід зауважити, що можливості ESP з коригування заносу і стабілізації корпусу автомобіля в критичній ситуації не безмежні. І якщо швидкість руху автомобіля, на якій виникає занос, надмірно висока, або зчеплення між колесами і поверхнею руху надмірно низьке, навіть система ESP може бути безпорадною. Система ESP значно знижує ризики виникнення заносу і аварійної ситуації на дорозі, але не виключає їх.

В роботах [1, 2] вирішуються задачі параметричного синтезу безперервної і цифрової систем ESP за умов вимоги максимальної швидкодії, максимального запасу стійкості і максимальної точності. В перелічених роботах розроблена математична модель збуреного руху автомобіля в процесі термінового гальмування, яка має наступний вигляд:

$$\dot{v}_x(t) = -\frac{2k_\Gamma}{M} p_0 - g f_0 - g \Delta f(t); \quad (1)$$

$$\ddot{\psi}(t) = -\frac{Bk_\Gamma}{I} \Delta p(t) - \frac{2H_m M}{I} v_x(t) \dot{\psi}(t) f_0 - \frac{2H_m M}{I} v_x(t) \dot{\psi}(t) \Delta f(t); \quad (2)$$

$$\dot{y}(t) = -v_x(t) \psi(t); \quad (3)$$

де $v_x(t)$ – поточна швидкість руху автомобіля; $\psi(t)$ – кут

GENERAL ENGINEERING AND MECHANICS

відхилення головної поздовжньої центральної осі інерції автомобіля відносно заданого напрямку руху; $y(t)$ – бічний зсув центру мас корпусу автомобіля відносно заданої траєкторії руху; M – маса автомобіля; g – прискорення сили тяжіння; I – момент інерції корпусу автомобіля відносно головної вертикальної центральної осі інерції; B – ширина колії; H_m – відстань від поверхні руху автомобіля до його центру мас; f_0 – статична складова коефіцієнта опору руху автомобіля, яка залежить від типу дорожнього покриття та протектора коліс; $\Delta f(t)$ – динамічна складова коефіцієнта опору руху, яка залежить від мікропрофілю дорожнього покриття та є випадковою функцією часу; P_0 – максимальне значення тиску гальмівної рідини в головному гальмівному циліндрі; k_Γ – коефіцієнт пропорційності між гальмівним зусиллям по одному з бортів автомобіля і тиском гальмівної рідини у магістралі відповідного борту.

Для аналізу динамічних процесів збуреного руху автомобіля і параметричного синтезу системи ESP необхідно до математичної моделі збуреного руху автомобіля додати імітаційну модель випадкового зовнішнього збурення $\Delta f(t)$. Розробка такої моделі визначає мету та зміст запропонованої статті.

Розробка імітаційної моделі. В роботах [3, 4] отримані вирази для кореляційної функції і спектральної щільності випадкових нерівностей поверхні руху автомобіля, що рухається з постійною швидкістю v_0 :

$$R_f(\tau) = D_f e^{-\alpha v_0 \tau} \cos \beta \tau, \quad (4)$$

$$S_f(\omega) = D_f \left\{ \frac{2\alpha v_0 [v_0^2 (\alpha^2 + \beta^2) + \omega^2]}{\omega^4 + 2\omega^2 v_0^2 (\alpha^2 - \beta^2) + v_0^4 (\alpha^2 + \beta^2)^2} \right\}, \quad (5)$$

GENERAL ENGINEERING AND MECHANICS

де D_f – дисперсія висоти нерівностей; α , β – коефіцієнти кореляції, чисельні значення яких для різних дорожніх покриттів наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

Значення коефіцієнтів кореляції і дисперсій нерівностей для різних типів дорожніх покриттів

Тип дорожнього покриття	α , m^{-1}	β , m^{-1}	D_f , m^2	f_0
Асфальтобетон	0,22	0,44	$5,5 \cdot 10^{-3}$	$0,01 \div 0,02$
Мостова	0,32	0,64	$8,0 \cdot 10^{-3}$	$0,02 \div 0,03$
Грунтова дорога	0,47	0,94	$11,6 \cdot 10^{-3}$	$0,03 \div 0,05$

В процесі термінового гальмування поточна швидкість руху автомобіля $v_x(t)$ зменшується від початкового значення v_0 до нуля. Спектральна щільність випадкової величини $\Delta f(t)$ при цьому описується формулою

$$S_f[\omega, v_x(t)] = D_f \left\{ \frac{2\alpha v_x(t) [v_x^2(t)(\alpha^2 + \beta^2) + \omega^2]}{\omega^4 + 2\omega^2 v_x^2(t)(\alpha^2 - \beta^2) + v_x^4(t)(\alpha^2 + \beta^2)^2} \right\}. \quad (6)$$

На рис. 1 наведені криві спектральної щільності (6), які побудовані при різних значеннях поточної швидкості автомобіля $v_x(t)$ при терміновому гальмуванні на асфальтобетоні. На кожній з кривих виділимо три характерні точки $S_f[0, v_x(t)]$, $S_f[\omega_p, v_x(t)]$ і $\omega_p[v_x(t)]$, значення яких наведені в таблиці 2.

Таблиця 2

Залежність характерних точок кривих спектральної щільності від поточної швидкості руху

Швидкість руху $v_x(t)$, m/s	$S_f[0, v_x(t)]$, m^2/s	$\omega_p[v_x(t)]$, s^{-1}	$S_f[\omega_p, v_x(t)]$, m^2/s
25	$0,396 \cdot 10^{-3}$	10,92	$0,963 \cdot 10^{-3}$
20	$0,495 \cdot 10^{-3}$	8,74	$1,207 \cdot 10^{-3}$
15	$0,66 \cdot 10^{-3}$	6,56	$1,604 \cdot 10^{-3}$
10	$0,99 \cdot 10^{-3}$	4,37	$2,407 \cdot 10^{-3}$
5	$1,98 \cdot 10^{-3}$	2,19	$4,813 \cdot 10^{-3}$

GENERAL ENGINEERING AND MECHANICS

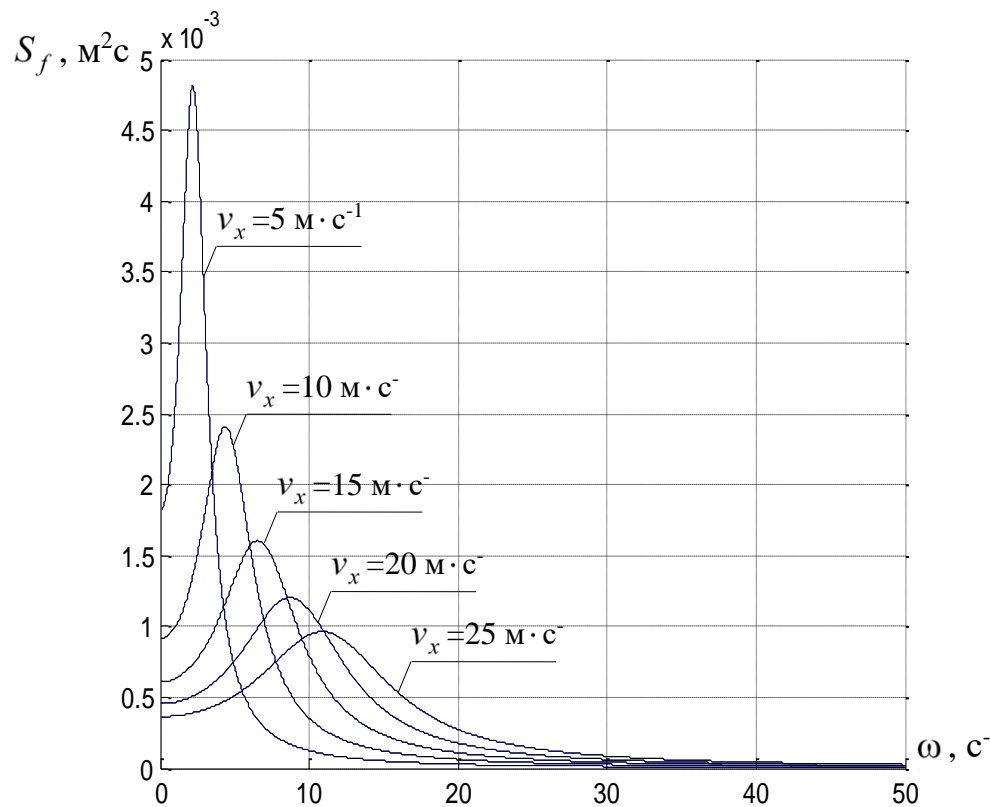


Рисунок 1

Спектральні щільності зовнішнього збурення при різних значеннях швидкості руху автомобіля

Розглянемо нестационарну динамічну ланку з передавальною функцією $W(s, t)$, де s – комплексна змінна перетворення Лапласу. Відомо [5], що спектральні щільності вхідного $x(t)$ і вихідного $y(t)$ сигналів динамічної ланки пов'язані між собою співвідношенням

$$S_y(\omega, t) = R^2(\omega, t) S_x(\omega), \quad (7)$$

де $R(\omega, t)$ – амплітудно-частотна характеристика нестационарної динамічної ланки.

GENERAL ENGINEERING AND MECHANICS

Припустимо, що вхідний сигнал динамічної ланки представляє собою «білий шум» $x(t) = \xi(t)$, спектральна щільність якого постійна і дорівнює одиниці

$$S_{\xi}(\omega) = 1 \quad (8)$$

Тоді співвідношення (7) отримає вигляд

$$S_f[\omega, v_x(t)] = R^2[\omega, v_x(t)] \quad (9)$$

Відповідно до рис. 1 можна зробити висновок, що нестационарна динамічна ланка із спектральною щільністю (9) є коливальною, передавальна функція якої записується у вигляді

$$W[s, v_x(t)] = \frac{K[v_x(t)]}{T_1^2[v_x(t)]s^2 + T_2[v_x(t)]s + 1} \quad (10)$$

У співвідношенні (10) здійснимо заміну $s = j\omega$. В результаті отримаємо

$$R^2[\omega, v_x(t)] = \frac{K^2[v_x(t)]}{\{1 - \omega^2 T_1^2[v_x(t)]\}^2 + \omega^2 T_2^2[v_x(t)]} = S_f[\omega, v_x(t)] \quad (11)$$

В (11) покладемо $\omega = 0$. В результаті маємо

$$K^2[v_x(t)] = S_f[0, v_x(t)] = D_f \frac{2\alpha}{v_x(t)(\alpha^2 + \beta^2)},$$

або

$$K[v_x(t)] = \sigma_f \sqrt{\frac{2\alpha}{v_x(t)(\alpha^2 + \beta^2)}}, \quad (12)$$

де σ_f – середнє квадратичне відхилення випадкової величини $\Delta f(t)$.

GENERAL ENGINEERING AND MECHANICS

Постійні часу коливальної динамічної ланки (10)
визначаються із співвідношень

$$1 - \omega_p^2 T_1^2[v_x(t)] = 0; \quad S_f[\omega_p, v_x(t)] = \frac{1}{\omega_p^2 T_2^2[v_x(t)]}. \quad (13)$$

Із співвідношень (13) маємо

$$T_1^2[v_x(t)] = \frac{1}{\omega_p^2}; \quad (14)$$

$$T_2[v_x(t)] = \frac{1}{\omega_p \sqrt{S_f[\omega_p, v_x(t)]}}. \quad (15)$$

Аналіз таблиці 2 дозволяє записати:

$$\omega_p[v_x(t)] = k_v v_x(t); \quad (16)$$

$$S_f\{\omega_p[v_x(t)], v_x(t)\} = \frac{k_s}{v_x(t)}, \quad (17)$$

де коефіцієнти k_v і k_s дорівнюють: $k_v = 0,44 \text{ м}^{-1}$; $k_s = 24,065 \text{ м}^3$.

З урахуванням формул (16) і (17) постійні часу $T_1^2[v_x(t)]$ і $T_2[v_x(t)]$, що визначаються формулами (14) і (15), записуються у вигляді

$$T_1^2[v_x(t)] = \frac{1}{k_v^2 v_x^2(t)}; \quad T_2[v_x(t)] = \frac{1}{k_v \sqrt{k_s v_x(t)}}. \quad (18)$$

В роботі [4] динамічна ланка, до входу якої подається одиничний «білий шум», а на виході має місце випадковий сигнал із заданими кореляційною функцією та спектральною щільністю, називається формулюючою динамічною ланкою. Запишемо

GENERAL ENGINEERING AND MECHANICS

диференціальне рівняння збуреного руху формуєної коливальної динамічної ланки у вигляді

$$T_1^2[v_x(t)]\Delta\ddot{f}(t) + T_2[v_x(t)]\Delta\dot{f}(t) + \Delta f(t) = K[v_x(t)]\xi(t), \quad (19)$$

де коефіцієнт посилення і постійні часу визначаються формулами (12) і (18).

Нестационарне диференціальне рівняння (19) назвемо імітаційною моделлю зовнішніх збурень, що діють на корпус автомобіля з боку дорожнього покриття в процесі термінового гальмування.

На рис. 2 наведені рішення диференціального рівняння (19) при різних реалізаціях «білого шуму» $\xi_j(t)$, ($j = \overline{1,3}$).

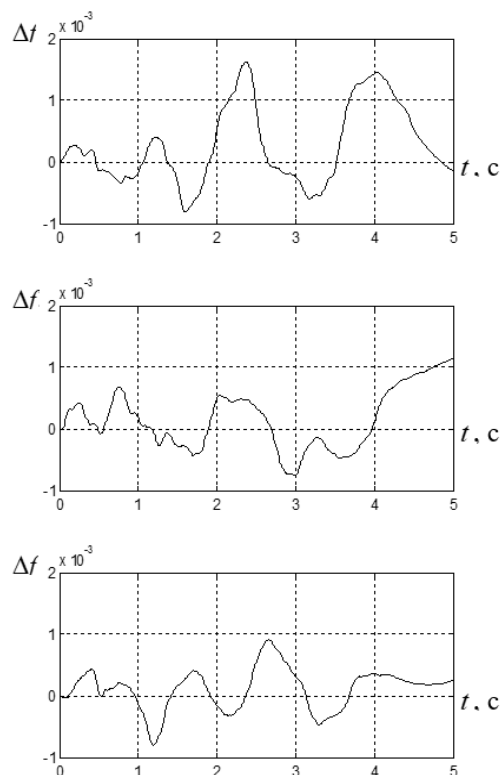


Рисунок 2

Випадкові зовнішні збурення при різних реалізаціях
одиночного «білого шуму»

GENERAL ENGINEERING AND MECHANICS

Аналіз наведених випадкових функцій $\Delta f_j(t)$, ($j = \overline{1,3}$) свідчить про їхній нестационарний характер. Як математичне очікування $m_f(t)$, так і дисперсія $D_f(t)$ випадкових функцій $\Delta f_j(t)$ залежать від поточного часу $t \in [0, t_s]$, де t_s – час гальмування. Запишемо рівняння (19) відносно старшої похідної

$$\Delta \ddot{f}(t) = -\frac{1}{T_1^2[v_x(t)]} \Delta f(t) - \frac{T_2[v_x(t)]}{T_1^2[v_x(t)]} \Delta \dot{f}(t) + \frac{K[v_x(t)]}{T_1^2[v_x(t)]} \xi(t). \quad (20)$$

Сукупність диференціальних рівнянь (1)–(3) і (20) утворюють стохастичну математичну модель збуреного руху об'єкта стабілізації.

Висновки.

– Режим термінового гальмування автомобіля характеризується безперервним зменшенням поточної швидкості руху автомобіля, тому розроблені раніше методи моделювання зовнішніх збурень, що діють на корпус автомобіля в процесі руху з постійною швидкістю в даному випадку не придатні;

– доведено, що випадкові зовнішні збурення, що діють на корпус автомобіля в режимі термінового гальмування, є нестационарними;

– формула динамічна ланка, до входу якої подається одиничний «білий шум», а на виході має місце зовнішнє збурення $\Delta f(t)$, є коливальною динамічною ланкою, коефіцієнт посилення якої K і постійні часу T_1 та T_2 залежать від поточного значення швидкості руху автомобіля в процесі термінового гальмування.

References:

- [1] Aleksandrov Ye., Aleksandrova T., Morgun Ya. Parametric Synthesis of the Electronic Control Unit of the Course Stability System of the Car. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2019. № 6/9(102). Pp. 39-45. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.188185>
- [2] Александров Е. Е., Александрова Т. Е., Моргун Я. Ю. Параметричний синтез цифрового стабілізатора системи курсової стійкості автомобіля–

GENERAL ENGINEERING AND MECHANICS

- паливозаправника // Проблеми керування та інформатики. 2022. № 2. С. 69–91. doi: <http://doi.org/10.34229/2786-6505-2022-2-5>
- [3] Туренко А. Н., Говорущенко Н. Я. Системотехника транспорта. Харьков: ХГАДТУ. 1998. 255 с.
- [4] Александров Е. Е., Волонцевич Д. О., Леббедев А. Т., Туренко А. Н. Динамика транспортно-тяговых колесных и гусеничных машин. Харьков: ХГАДТУ. 2001. 642 с.
- [5] Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. Москва: Физматгиз. 1962. 864 с.